Grundvorstellungen zur Stochastik

(überarbeitete Fassung)

UNIVERSITÄT KOBLENZ · LANDAU

Der **Text** „Materialien zum Grundvorstellungsbegriff: Sichtung ausgewählter Literatur und ein weiterer Vorschlag zur Begriffsklärung" führt den hier gemachten Vorschlag ab Folie 37f aus. **Er ist Bestandteil des Vortrags.**

Chr. Fahse
Campus Landau

GDM Frankfurt, September 2022
Überarbeitungsstand 13.9.2022

Fehler bitte gern melden: fahse@uni-landau.de

Vorbemerkung

UNIVERSITÄT KOBLENZ · LANDAU

Meine Interessenslage

- Empirische Forschung zu Argumentation, ferner Wahrscheinlichkeitsbegriff
- Lehramtsausbildung zur Stochastik
- Lehrerfortbildungen zur Stochastik
- Eigener Unterricht zur Stochastik

ml-Artikel zu Schülernotationen von Wahrscheinlichkeiten

Rolfes & Fahse 2020, 2021, eingereicht

Kein Experte zu Grundvorstellungen!

Grundvorstellungen

Sind dies Grundvorstellungen?

UNIVERSITÄT KOBLENZ · LANDAU

Rel. Anteil
Verhältnis
Quasikardinalzahl
Ergebnis einer Division
...

Kombinatorik | W-Raum | W-Verteilung | Bed. W. und Unabhängigkeit | Zufallsgrößen als Fkt.

Messen
Verteilen

kardinal A
ordinal S
messend P
operierend E
rechnend K
codierend T

Bauplan
Rechenvorschrift
Maschine

Schule des rechten Sehens
... des verständigen Denkens
... des regelgeleiteten Gehorsams
... der techn. Naturbeherrschung
... der Ästhetik

Glücksfee, die häufig bei den hohen Diagrammsäulen weilt
Traktor, der auf der x-Achse fährt und ent- oder bewässert
Wahrscheinlichkeitsmasse, die durch den Baum gedrückt wird.

Anteil von Anteil
Gemeinsames Messen

Zuordnung
Kovariation
Sicht als Ganzes

Sind dies Grundvorstellungen?

UNIVERSITÄT KOBLENZ · LANDAU

Bruchzahl Padberg 1989, Malle 2004

- Rel. Anteil
- Verhältnis
- Quasikardinalzahl
- Ergebnis einer Division
- …

Stochastik, Bender 1997

	Kombinatorik	W-Raum	W-Verteilung	Bed. W. und Unabhängigkeit	Zufallsgrößen als Fkt.

Zahlaspekte

kardinal	A
ordinal	S
messend	M
operierend	O
rechnend	R
codierend	T

Division

- Messen
- Verteilen

Term

- Bauplan
- Rechenvorschrift
- Maschine

Geometrie, Ullmann 2015

- Schule des rechten Sehens
- … des verständigen Denkens
- … des regelgeleiteten Gehorsams
- … der techn. Naturbeherrschung
- … der Ästhetik

…, Bender 1991, 1997

- Glücksfee, die häufig bei den hohen Diagrammsäulen weilt
- Traktor, der auf der x-Achse fährt und ent- oder bewässert
- Wahrscheinlichkeitsmasse, die durch den Baum gedrückt wird.

Multiplikation in Q

- Anteil von Anteil
- Gemeinsames Messen

Griesel

Funktion Vollrath 87

- Zuordnung
- Kovariation
- Sicht als Ganzes

Grundvorstellungen

UNIVERSITÄT KOBLENZ · LANDAU

Ullmann (2015)

- Gängiger Begriff, „robust“

  („robust“ nach Bender 1991, S. 54 anschließend an Fischbein 1989, aufgegriffen von Ullmann 2015, S. 14, Fußnote 6)

- Historisch zuerst: Beispiele
  - Funktionen (Vollrath 1987)
  - Bruchzahlen (Padberg 1989, Malle 2004),…
  - …
- Schleppende theoretische Fundierung
  - Bender (1991, auch: 1990)
  - vom Hofe (1995)

  Inhaltlich-didaktisch bereits früher angebahnt v. Hofe (1995, S. 103) verweist auf Fischbein 1983 und Kirsch; Bender 1991 führt weitere angelsächsische Quellen an, s. a. Griesel et al. 2019, 129. Nirgends gefunden habe ich bisher Bezüge zum exemplarischen Lehren bei Wagenschein, bei dem man sogar von Grunderfahrung reden könnte.
- Etabliert in der Unterrichtspraxis

Schnelle Information über GV für die Unterrichtspraxis

UNIVERSITÄT KOBLENZ · LANDAU

- ml-Heft 199, insbesondere Kasten 1 S. 3

Roth, J. & Siller, H.-S. (2016). Bestand und Änderung – Grundvorstellungen entwickeln und nutzen. mathematik lehren, 199

- ml-Heft 118

vom Hofe, R. (2003). Grundbildung durch Grundvorstellungen. mathematik lehren, 118, 4-8

- Prediger, S. (2009). Inhaltliches Denken vor Kalkül – Ein didaktisches Prinzip zur Vorbeugung und Förderung bei Rechenschwierigkeiten.

In: Fritz, Annemarie & Schmidt, Siegbert (Hrsg.): Fördernder Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I, Beltz Verlag, Weinheim 2009, S. 213-234.

- ml-Heft 236

Roth, J. & v. Hofe, R. (erscheint 2023). Möglicher Titel des Basisartikels: Grundvorstellungen vernetzen und Verständnisanker nutzen

Grundvorstellungen

UNIVERSITÄT KOBLENZ · LANDAU

- In letzter Zeit: Renaissance
- Mehrere Überblicksarbeiten

Werden fast immer zitiert: Bender 1990, 1991, v. Hofe 1995, Auswahl der Gruppe Blum et al. 2004/Kleine, Kleine et al. 2005, 2007/Prediger 2008, 2009, 2015

- Vohns 2005
- Ullmann 2015
- **Rembowski 2015**
- **Von der Bank 2016**
- Greefrath, Oldenburg, Siller, Ulm & Weigand 2016 (S. 16-21)
- Griesel, vom Hofe & Blum 2019 (eingereicht 2017)
- Salle & Clüver 2021 (eingereicht 2020)

Dissertationen, zitieren alle Vorher-gehenden

Geringe Vernetzung - Zeichen für Theoriedefizit/-divergenz?

Gründe für die Probleme mit dem Grundvorstellungsbegriff

UNIVERSITÄT KOBLENZ · LANDAU

Gründe für die Probleme mit dem Grundvorstellungsbegriff

UNIVERSITÄT KOBLENZ · LANDAU

- **Pragmatik**

  Bezeichner verleitet zu Begriffsdeutungen (Bender 1991, Rembowski 2015, S. 172)

  Sprachgebrauch ging theoretischer Verortung voraus

- **Philosophisch-psychologisch-sozialw. Hintergrund**

  90er: konstruktivistisch-individuelle statt soziale und kulturelle Hintergrundtheorien (Ullmann 2015)

- **Didaktik**

  Vielfalt **konkurrierende**r **Begriffe** und Lerntheorien

  fundamentale Ideen, constructive categories, concept image, Modell, intuition, Anwendung, Aspekt, Vorstellung, Verständnis/Auffassung, Operationen nach Aebli, Grundbegriffe, Grundkenntnisse, Grundfertigkeiten, Begriffsbestimmung, Definition, Erklärung, Verstehen, ...

Gründe für die Probleme mit dem Grundvorstellungsbegriff

UNIVERSITÄT KOBLENZ · LANDAU

Zur Pragmatik

Bezeichner verleiten zu Begriffsdeutungen

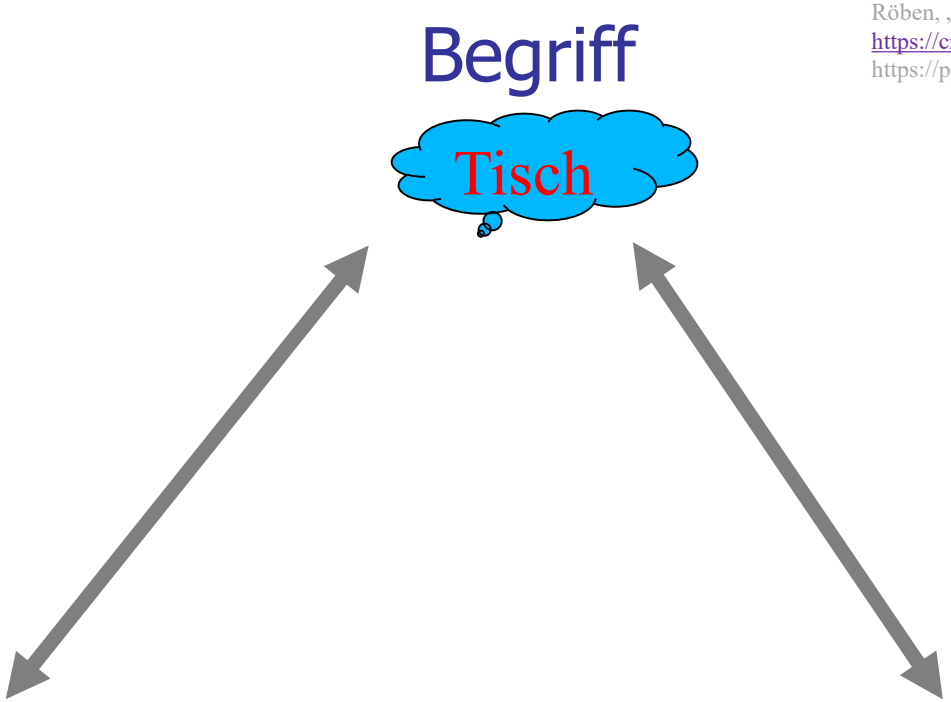
Grund-, Vorstellung, Verständnis, Begriff

-

jede/r weiß doch eigentlich, was gemeint ist?

Semiotisches Dreieck

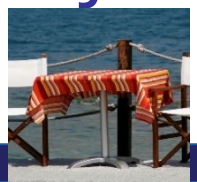
Foto links: Silke1673, „Ein Lieblingsplatz rechts: Peter Röben, „ CHILLEN“, beide CC-Lizenz (BY 2.0) https://creativecommons.org/licenses/by/2.0/de/deed.de auf https://piqs.de

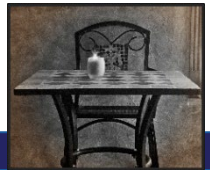


>>Bezeichner<<

>> T i s c h <<

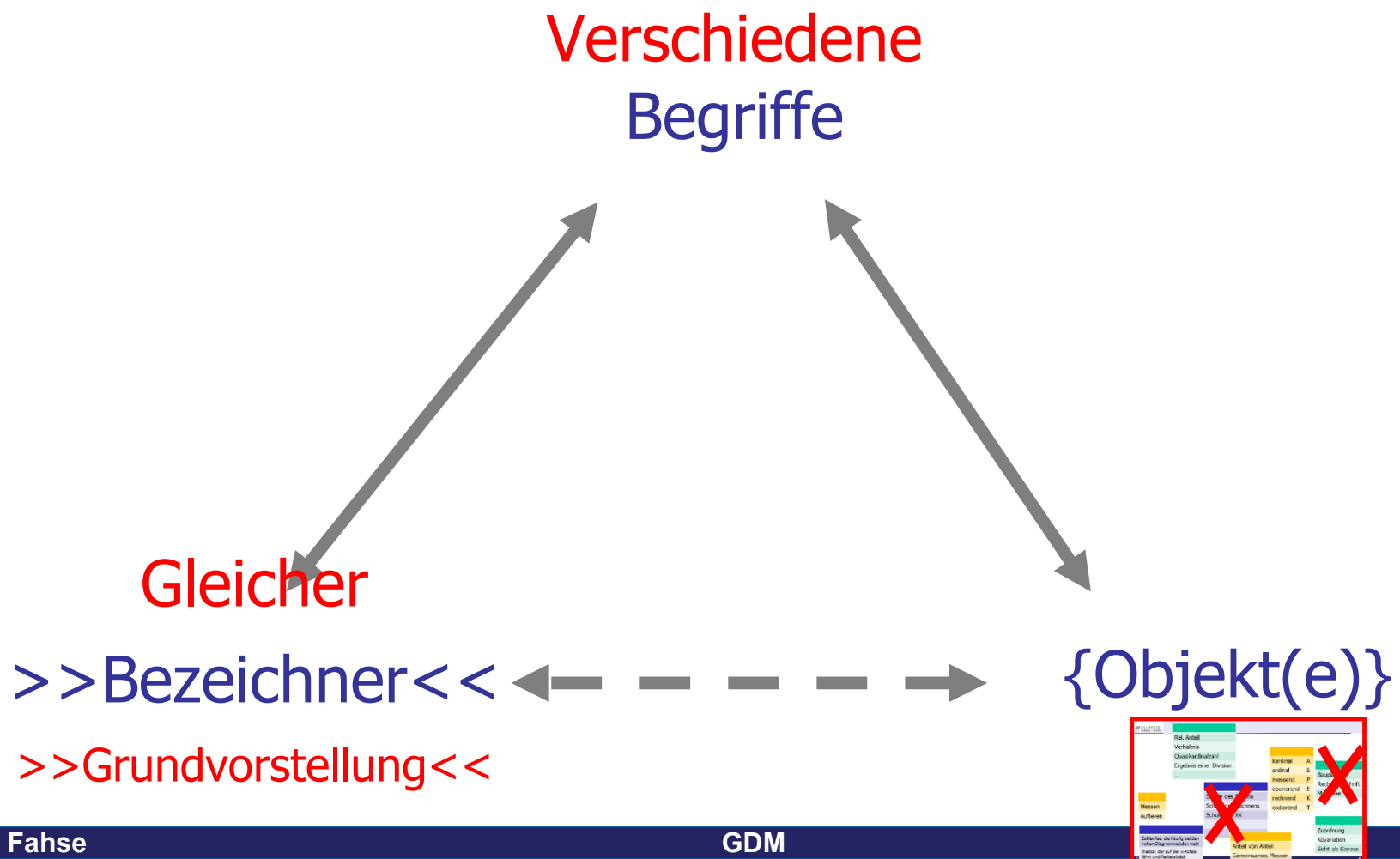
{Objekt(e)}





Triangulationsbrüche

Begriffsnetze, dargestellt mit (semiotischen) Dreiecksprismen, finden sich in Rembowski 2015.



Triangulationsbrüche

Begriffsnetze dargestellt mit (semiotischen) Dreiecksprismen finden sich in Rembowski 2015.

Verschiedene Begriffe

GV bilden ein Begriffsfeld, gesucht ist eine Begriffskonvention
in der Begrifflichkeit von Rembowski 2015, S. 23

Gleicher

>>Bezeichner<<

>>Grundvorstellung<<

{Objekt(e)}



Semiotisches Dreieck und Grundvorstellungen

Rembowski 2015 schreibt Begriffskonventionen eine analytische deduktive Genese zu. Das scheint mir strittig – cf.

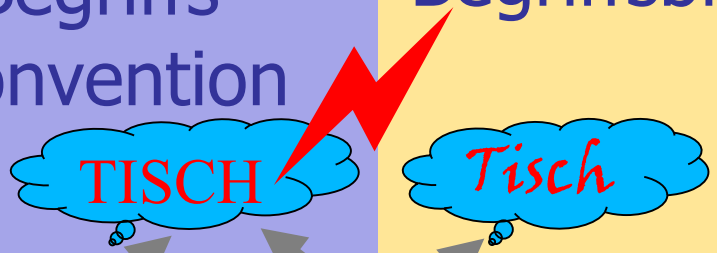
Foto links: Silke1673, „Ein Lieblingsplatz rechts: Peter Röben, „CHILLEN“, beide CC-Lizenz (BY 2.0)
https://creativecommons.org/licenses/by/2.0/de/deed.de auf https://piqs.de

Gruppe

Intersubjektive Begriffs-konvention

Subjektives Begriffsbild

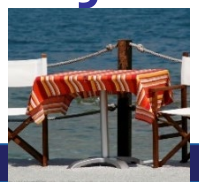
Individuum

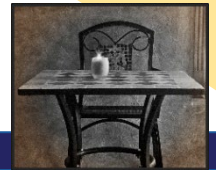


>>Bezeichner<<

>> T i s c h <<

{Objekt(e)}





Semiotisches Dreieck und Grundvorstellungen – Bemerkungen zum vorherigen Diagramm

UNIVERSITÄT KOBLENZ · LANDAU

- In der Fügung intersubjektive Begriffskonvention kann intersubjektiv als redundant weggelassen werden. Die Bezeichner >>Begriffsbild<< und >>-konvention<< stammen von Rembowski 2015. Cave: >>Intersubjektive Begriffsbilder<< sind von cf und in der Theorie von Rembowski möglicherweise unsinnig.
- Zur Verbindung von semiotischem Dreieck und Gruppe/Individuum:

Die Objekte werden nur über Individuen erfahren, deshalb sind sie eher auf der gelbgefärbten Seite. Nur etablierte Bezeichner sind relevant, Etablierung ist ein Prozess der Gruppe, also ist >>Bezeichner<< überwiegend violett – zur Gruppe gehörig - eingefärbt.

Aus meiner Sicht spaltet sich der semiotische Begriff bei Einbeziehung des Sozialen in intersubjektive und subjektive Begriffsbilder. Letztere können einem Individuum zugeordnet werden, erstere sind sozial etabliert, also ein Begriffsbild, das ein Individuum haben *könnte*, einschließlich einer Geltung in der Gruppe. Erst in dieser potenziellen Repräsentation in einem Individuum wird das intersubjektive Begriffsbild mit einem subjektiven Begriffsbild vergleichbar, ohne diese Repräsentation sind beide auf verschiedenen Ebenen.

Das intersubjektive Begriffsbild (cf) wird nach Rembowski (2015, 118ff) erst dann zur Begriffskonvention, wenn die Geltung durch ein deduktiv-analytisches Argument erzeugt wird und damit ein Schnitt im Begriffsbild gegeben ist. Da es sich im Kontext von GV um mathematische Begriffe handelt, steht links >>Begriffskonvention<<. Ich persönlich würde diesen Bezeichner allerdings für intersubjektive Begriffsbilder im obigen Sinne verwenden wollen[1], da auch Begriffe der reinen Mathematik mit allerlei Assoziationen und damit auch mit unscharfen Vorstellungen aufgeladen sein können, die Geltung in einer Gruppe besitzen. Ein Beispiel ist der Wahrscheinlichkeitsbegriff mit den Kolmogorow-Axiomen. Mit dieser Begriffsauffassung wäre auch beim Tisch B-Konvention korrekt. cf

[1]Vielleicht ist dies auch die Auffassung von Rembowski und die Begriffskonvention ist nur im Spezialfall der math. Fachcommunity eine deduktiv-analytische.

Semiotisches Dreieck und das Ziel von Grundvorstellungen

UNIVERSITÄT KOBLENZ · LANDAU

Zu den Bezeichnern >>Begriffsbild<< und >>-konvention<< siehe Rembowski 2015 und die vorherige Folie.

Foto links: Silke1673, „Ein Lieblingsplatz rechts: Peter Röben, „CHILLEN“, beide CC-Lizenz (BY 2.0)
https://creativecommons.org/licenses/by/2.0/de/deed.de auf https://piqs.de

Gruppe

Intersubjektive Begriffs-konvention

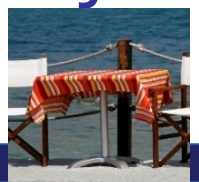
Subjektives Begriffsbild

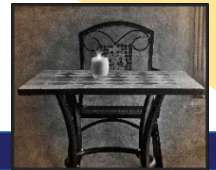
Individuum



>>Bezeichner<< ← - - - → {Objekt(e)}

>> T i s c h <<





Semiotisches Dreieck und Grundvorstellungen – Bemerkungen zum vorherigen Diagramm

UNIVERSITÄT KOBLENZ · LANDAU

- Die GV vermitteln zwischen dem intersubjektiven Begriffsbild alias Begriffskonvention links und individuellem Begriffsbild rechts im Sinne einer Anpassung von individuellem Begriffsbild an die Konvention. Die vorherige Folie zeigt das **Ziel** von GV.
- Die Folie zeigt also die Ziel-Ausrichtung von GV: Anpassung der Begriffsbilder.
- Es kann sein, dass GV weitere GV voraussetzen und nutzen – siehe blauer Pfeil auf der nächsten Folie.
- Die Objekte müssen keine Konkreta sein, es könnten auch Handlungen, Beziehungen oder mathematische Objekte (aller Art, auch Relationen) sein.

Semiotisches Dreieck und Auswirkungen von GV

UNIVERSITÄT KOBLENZ · LANDAU

Zu den Bezeichnern >>Begriffsbild<< und >>-konvention<< siehe Rembowski 2015 und die vorherige Folie.

Foto links: Silke1673, „Ein Lieblingsplatz rechts: Peter Röben, „CHILLEN“, beide CC-Lizenz (BY 2.0)
https://creativecommons.org/licenses/by/2.0/de/deed.de auf https://piqs.de

Gruppe

Intersubjektive Begriffs-konvention

Subjektives Begriffsbild

Individuum

TISCH

Tisch

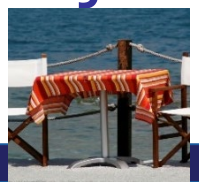
Weitere Grundvorstellungen

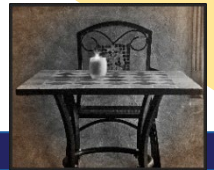
Grund vorstel lung(en)

?

>>Bezeichner<< ← - - - → {Objekt(e)}

>> T i s c h <<





Semiotisches Dreieck und Grundvorstellungen – Bemerkungen zum vorherigen Diagramm

UNIVERSITÄT KOBLENZ · LANDAU

- Bei dieser Verortung von GV im Diagramm wird die **Auswirkung** von GV illustriert: Durch die Anpassung seines Begriffsbildes kann das Individuum einen neuen Blick auf die Objekte werfen. Die individuellen Erfahrungen von Objekten einer mit anderen Individuen geteilten Welt können auf den internalisierten Anker bezogen werden. Hierdurch kann Entsprechung oder Nicht-Entsprechung zum Anker festgestellt werden (rote Pfeile auf einer der folgenden Folien).

Semiotisches Dreieck und Grundvorstellungen

UNIVERSITÄT KOBLENZ · LANDAU

Foto links: Silke1673, „Ein Lieblingsplatz rechts: Peter Röben, „CHILLEN“, beide CC-Lizenz (BY 2.0)
https://creativecommons.org/licenses/by/2.0/de/deed.de auf https://piqs.de

Gruppe

Intersubjektive Begriffs-konvention

TISCH

Subjektives Begriffsbild

Tisch

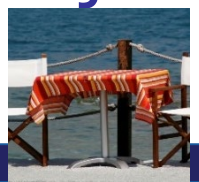
GV

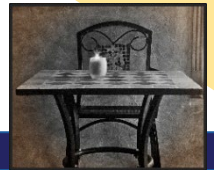
Individuum

>>Bezeichner<<

>> T i s c h <<

{Objekt(e)}





Semiotisches Dreieck und Grundvorstellungen

UNIVERSITÄT KOBLENZ · LANDAU

Zu den Bezeichnern >>Begriffsbild<< und >>-konvention<< siehe Rembowski 2015 und die vorherige Folie.

Foto links: Silke1673, „Ein Lieblingsplatz rechts: Peter Röben, „CHILLEN“, beide CC-Lizenz (BY 2.0)
https://creativecommons.org/licenses/by/2.0/de/deed.de auf https://piqs.de

Gruppe

Intersubjektive Begriffs-konvention

TISCH

Subjektives Begriffsbild

TISCH



Individuum

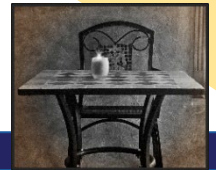
Objekt als **Anker** mit Klärung von Transfer und Akzidentiellem

>>Bezeichner<<

>> T i s c h <<

{Objekt(e)}





Semiotisches Dreieck und Grundvorstellungen

UNIVERSITÄT KOBLENZ · LANDAU

Zu den Bezeichnern >>Begriffsbild<< und >>-konvention<< siehe Rembowski 2015 und die vorherige Folie.

Foto links: Silke1673, „Ein Lieblingsplatz rechts: Peter Röben, „CHILLEN“, beide CC-Lizenz (BY 2.0)
https://creativecommons.org/licenses/by/2.0/de/deed.de auf https://piqs.de

Gruppe

Intersubjektive Begriffs-konvention

TISCH

Subjektives Begriffsbild

TISCH

Individuum

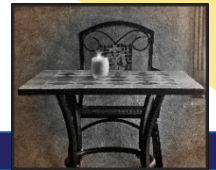
Objekt als **Anker** mit Klärung von Übertragung und Akzidentiellem

>>Bezeichner<<

>> T i s c h <<

{Objekt(e)}





Semiotisches Dreieck und Grundvorstellungen – Bemerkungen zum vorherigen Diagramm

UNIVERSITÄT KOBLENZ · LANDAU

- Die individuellen Erfahrungen von Objekten einer mit anderen Individuen geteilten Welt können auf den internalisierten Anker bezogen werden. Hierdurch können Entsprechung oder Nicht-Entsprechung zum Anker festgestellt werden (rote Pfeile).
- Die Nicht-Entsprechung wird wenig thematisiert, weil es wohl ein größeres Problem ist, die Bestandteile des Ankers korrekt zuzuordnen und ggf. Operationen am Anker auf das Objekt zu übertragen. 2/3 von einem Stück Schokolade (möglicher Anker, GV relativer Anteil) auf 2/3 von 6kg (neue Situation als neues Objekt) zu übertragen, benötigt Anleitung. Zur GV gehört also auch die Fähigkeit, die Bestandteile des Ankers in einer neuen Anwendungssituation zu sehen und Operationen am Anker auf Operationen in dem neuen Objekt zu übertragen.

Und es wird noch komplexer: Mehrere Gruppen Semiotisches Dreieck und Grundvorstellungen

UNIVERSITÄT KOBLENZ · LANDAU

Zu den Bezeichnern >>Begriffsbild<< und >>-konvention<< siehe Rembowski 2015 und die vorherige Folie.

Foto links: Silke1673, „Ein Lieblingsplatz rechts: Peter Röben, „CHILLEN“, beide CC-Lizenz (BY 2.0)
https://creativecommons.org/licenses/by/2.0/de/deed.de auf https://piqs.de

Intersubjektive Begriffs-konvention*en*

Gruppe Fachdidaktik

Gruppe Fachmathematik

TISCH

$\forall t \in T\ \exists |,|,|,| \in t : t = \overline{|||}$

Subjektives Begriffsbild

Individuum

TISCH

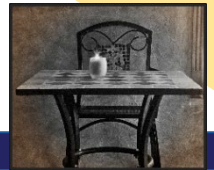
Objekt als **Anker** mit Klärung von Übertragung und Akzidentiellem

>>Bezeichner<<

>> T i s c h <<

{Objekt(e)}





Semiotisches Dreieck und Grundvorstellungen – Bemerkungen zum vorherigen Diagramm

- Gruppe ist in diesen Diagrammen kulturwissenschaftlich gemeint, wobei Mathematiker/innen, Didaktiker/innen und Lehrkräfte zu verschiedenen Gruppen gleichzeitig gehören können.
- Die beiden grünen Pfeile stehen dafür, dass die Didaktik die analytisch-deduktive Begriffskonvention der Fachmathematik aufgreift, analysiert und mit den vielen, z. T. typischen, subjektiven Begriffsbildern und dem Lernvermögen von Lernenden zusammenbringt, um eine didaktisch für spezifische Lerngruppen und Lernsituationen sinnvolle Begriffskonvention zu entwickeln, die im schulischen Kontext fast nie rein deduktiv-analytisch sein wird.
- Eigentlich müsste die Fachmathematik auch wiederum in zwei Gruppen geteilt werden, denen jede/r einzelne Fachmathematiker/in gleichzeitig angehört: Beim intuitiven, kreativen Entstehungsprozess werden andere Begriffskonventionen genutzt als die meist nachträglichen analytisch-deduktiven aus den Veröffentlichungen und für die Beweisbasis – hier nicht aufgenommen.

Auffassungen des Bezeichners >>Grundvorstellungen<<

UNIVERSITÄT KOBLENZ · LANDAU

Zur Idee, sprachlich zu analysieren und hieraus auf Auffassungsdifferenzen zu schließen, siehe Bender1991, S. 48

- Grund-
  - Etabliert: Von vielen Individuen geteilt, nicht nur individuell Vom Hofe 1995, S. 123: „gemeinsamer Kern". Hierdurch sprachlich im Widerspruch zu seinen deskriptiven/individuellen GV. // 1. Punkt von Bender 1991: „Allgemeine Verbindlichkeit", welche neben Intersubjektivität aber auch noch „epistemologischen Kern" mit Bezug auf Dörfler aufgefasst als „das Gemeinsame der frames aller Beteiligten" enthält.
  - Grundlegend: in vielen Anwendungssituationen
  - damit auch: relevant für die Gesellschaft
  - Unverzichtbar: nicht durch etwas anderes zu ersetzen
  - Im Grunde: vielleicht nicht bewusst, aber unbewusst bei einem verständigen Individuum vorhanden
  - Zuerst zu lehren, Grundlage/Voraussetzung für alles weitere
  - Dahinter - nicht konkret: nicht die Mustersituation, die konkrete Vorstellung selbst
  - Fundamental: andere Begriffe bauen darauf auf s. weiterhin von der Bank 2016, Rembowski 2015, 194, Bender 1991, 3. Aspekt von „Grund-" (grundlegend für weitere Begrifflichkeit, parallel und zusätzlich zur fachlichen Systematik, Wechselspiel von Handlung und math. Konstrukt, anschließend an Dörfler)
  - Zeitlich stabil
  - Verankerung in der Lebenswelt (der Lernenden, Bender 1991, 2. Punkt)

Auffassungen des Bezeichners >>Grundvorstellungen<<

UNIVERSITÄT KOBLENZ · LANDAU

Zur Idee, sprachlich zu analysieren und hieraus auf Auffassungsdifferenzen zu schließen, siehe Bender1991, S. 48

- Grund-
  - Etabliert: Von vielen Individuen geteilt, nicht nur individuell Vom Hofe 1995, S. 123: „gemeinsamer Kern". Hierdurch sprachlich im Widerspruch zu seinen deskriptiven/individuellen GV. // 1. Punkt von Bender 1991: „Allgemeine Verbindlichkeit", welche neben Intersubjektivität aber auch noch „epistemologischen Kern" mit Bezug auf Dörfler aufgefasst als „das Gemeinsame der frames aller Beteiligten" enthält.
  - Grundlegend: in vielen Anwendungssituationen
  - damit auch: relevant für die Gesellschaft
  - Unverzichtbar: nicht durch etwas anderes zu ersetzen
  - Im Grunde: vielleicht nicht bewusst, aber unbewusst bei einem verständigen Individuum vorhanden
  - Zuerst zu lehren, Grundlage/Voraussetzung für alles Weitere
  - Dahinter - nicht konkret: nicht die Mustersituation, die konkrete Vorstellung selbst
  - Fundamental: andere Begriffe bauen darauf auf s. weiterhin von der Bank 2016, Rembowski 2015, 194, Bender 1991, 3. Aspekt von „Grund-" (grundlegend für weitere Begrifflichkeit, parallel und zusätzlich zur fachlichen Systematik, Wechselspiel von Handlung und math. Konstrukt, anschließend an Dörfler)
  - Zeitlich stabil
  - Verankerung in der Lebenswelt (

Kurz:
alles passt so ungefähr, aber andere Konnotationen

Auffassungen des Bezeichners >>Grundvorstellungen<<

UNIVERSITÄT KOBLENZ · LANDAU

- Grund-

Bender 1991 gruppiert folgendermaßen:

- Allgemeine Verbindlichkeit
- Verankerung in Lebenswelt
- Fundamental

anders, vor allem anders gruppiert und benannt, vom Hofe 1995, 97f:

- Sinnkonstituierung
- Repräsentationen, ‚Verinnerlichungen' (von Handlungen)
- Fähigkeit zur Anwendung

Auffassungen des Bezeichners >>Grundvorstellungen<<

UNIVERSITÄT KOBLENZ · LANDAU

- Vorstellung
  - … von etwas Konkretem oder nicht
  - … anschaulich
  - … mit oder ohne Verständnis
  - Rein mental abrufbar, sonst wäre es Wahrnehmung (apperceptio)
  - Kant: Unterscheidung zwischen (Eisler 1930)
    - „bloßem Abbild“ (repraesentatio)
    - "Vorstellung mit Bewußtsein" (perceptio).
    - "Empfindung" (subjektive Perzeption)
    - "Erkenntnis“ (objektive Perzeption)

      = "Anschauung" oder "Begriff“ [Vorsicht: bei GV noch nicht - cf]

      Erkenntnis ist […] Herstellung einheitlicher Zusammenhänge solcher [Vorstellungs-]Daten, nicht passive Abspiegelung von fertig gegebenen Realitäten.

Kurz: Man sollte lieber von GVV Grundvorstellung und –verständnis sprechen (Bender passim)

Bender 1991, 52: (innere) anschauliche Repräsentationen von Objekten, Handlungen und Situationen, langfristig verfügbar, Sinnbezug

Gründe für die Probleme mit dem Grundvorstellungsbegriff

UNIVERSITÄT KOBLENZ · LANDAU

Kurze Seitenbemerkung zu **philosophischen, sozial- und kulturwissenschaftlichen Hintergründen**

Hinwendung von konstruktivistisch-individuellen

„Verständnis statt stupides Kalkül" (z. B. Bender 1990,1991,1997, Prediger 2009)

zu sozialwissenschaftlichen Hintergrundtheorien (Ullmann 2015)

Vorschlag: Sollte man nicht als Modell Begriffe als platonische Ideen annehmen? (wohl wissend, dass Modelle grundsätzlich nicht alles abbilden)

- Weniger geläufig ist die soziale Pointe des Höhlengleichnisses:

Die Höhlenmenschen glauben nicht dem Besucher des Sonnenlandes – der Mythos war bei Platon dem Logos voraus wie die 2010er-GV den 1990er_GV…

- Griesel et al. 2016: Ontologie muss nicht entschieden werden

  „Über die Seinsweise der gedanklichen Konstrukte, ob diese z. B. als platonische Ideen losgelöst vom Individuum vorliegen […] ist vermutlich im gegenwärtigen mathematikdidaktischen Kontext irrelevant und muss […] nicht entschieden werden."

  [Satzbau unverändert übernommen – cf. Ein bemerkenswerter wissenschaftsmethodischer Gedanke!]

Kennzeichen von Grundvorstellungen

UNIVERSITÄT KOBLENZ · LANDAU

Die Bemerkungen zu den folgenden Folien finden sich im Dokument

Bemerkungen_Grundvorstellungsbegriff_GDM_2022.pdf

Bitte um Beachtung.

Differierende Kennzeichen von Grundvorstellungen

UNIVERSITÄT KOBLENZ · LANDAU

Eigenschaften von (mathematischen) Grundvorstellungen

- beziehen sich auf einen Fachbezeichner eines Begriffes der reinen Mathematik, aber aufgefasst als Bezeichner eines Begriffes der Mathematik in jeglichen Kontexten
- vermitteln zwischen
  Begriffen (sozial etabliert/fachlich/nicht individuell) und individuellen Vorstellungen bzw. Erfahrungen

  oder

  zwischen mathematischem Begriff und seinem „Inhalt"

Besitzen Adressat und Sender

- hängen von Individuum, Objekt und Intention ab.
- sind präskriptiv ~~oder deskriptiv~~ oder konstruktiv (Salle & Clüver 2021, vom Hofe 1995)
  vom Hofe: normativ-~~deskriptiv~~, Greefrath et al: universell - ~~individuell~~
- sind fundamental/wesentlich/unverzichtbar/allgemein?
- sind anschaulich durch Anker/(paradigmatische) Mustersituation
  Roth & vom Hofe (erscheint 2023) / Prediger 2009. „Anschaulich" hier anders als bei Rembowski 2015. Anker bereits als verankert bei Bender 1991 („Verankerung in der Lebenswelt")

Differierende Kennzeichen von Grundvorstellungen

UNIVERSITÄT KOBLENZ · LANDAU

Ferner

- sind selbst bei gegebenem Objekt, Individuum, Intention nicht eindeutig.
- Ziel: Möglichst große Lernwirksamkeit (Vernetzung, Anwendung des Begriffs) - kann empirisch überprüft werden? (Operationalisierbarkeit?)
- binden sich an konkrete Anker oder ~~Metaphern~~

  Zu Metaphern, Einkleidungen, Metonymien siehe Bender 1991, 56, anschließend u.a. an Bauersfeld, Beispiel S. 50, Bender 1990.
- Mehrere Repräsentations- und Handlungsebenen werden verknüpft.

Ergänzende Kennzeichen von Grundvorstellungen

UNIVERSITÄT KOBLENZ · LANDAU

Nicht einschränkende Eigenschaften

- Die Adressaten- und Lernzprozessabhängigkeit kann längs der drei Dimensionen

  ① enaktiv – ikonisch - symbolisch

  ② anschaulich – verbal – formal (verkürzt, Lambert anders als Rembowski)

  ③ prädikativ – funktional (Schwank)

  gestaltet werden. (Rembowski 2015)

Zu ①, ② vgl. Prediger 2009, zitierend Gerster & Schulz 2004:

reale Sachsituation – graphische Darstellung - symbolisch

- zusammengesetzt oder elementar

Mehrere GV gehören als verschiedene Aspekte zu einem Objekt, die erst zusammen den vollständigen Begriff des Objektes vermitteln.

- Primär oder sekundär (vom Hofe 2003, ferner Roth und Siller 2016, vgl. auf Begriffe bezogen bei Aebli, der allein von vom Hofe 1995 zitiert und von Griesel et al. 2019 nur kurz genannt wird. Aebli wird viel zu wenig rezipiert. Ein Indiz dafür ist die fehlende Übersetzung ins Angelsächsische.)

Begriffsbestimmungen von Grundvorstellungen

UNIVERSITÄT KOBLENZ · LANDAU

- „[GV sind] inhaltliche Interpretationen mathematischer Objekte und ermöglichen, mathematische Begriffe oder Operationen zur Mathematisierung von Situationen zu nutzen" (Prediger 2009, S. 218). - Mit einem Vorverständnis von „inhaltlich" für die Praxis gut nutzbar!
- „Eine Grundvorstellung […] ist eine inhaltliche Deutung des Begriffes, die diesem Sinn gibt." (Greefrath et al. 2016; bzgl. „Sinn" wird auf Vollstedt 2012 verwiesen).
- „Grundvorstellungen repräsentieren abstrakte Begriffe anschaulich und ermöglichen Verbindungen zwischen Mathematik und Anwendungssituationen. […] Um den Aufbau und die Vernetzung adäquater Grundvorstellungen zu fördern, sind drei Aspekte wichtig: Sinnzusammenhänge herstellen, […] Visuelle Repräsentationen aufbauen, […] Anwenden auf die Wirklichkeit" (Roth & Siller 2016, S. 3)
- **Sinnkonstituierung – Ermöglichung von operativem Handeln auf Vorstellungsebene – Ermöglichung von Anwendungen** (Modellieren: Mathematisieren und interpretieren) (Salle & Clüver 2021, S. 556f, vom Hofe 1995, 97f, vgl. Rembowski 2015)
- „Elemente der Vermittlung [...] zwischen der Welt der Mathematik und der individuellen Begriffswelt des Lernenden" (vom Hofe 1995, S. 98)

n+1. Begriffsbestimmung von Grundvorstellungen

UNIVERSITÄT KOBLENZ · LANDAU

Alles in blau Geschriebene der vorherigen Folien.

- Der Erwerb von GV verändert das individuelle Begriffsfeld in Richtung des Fachbegriffs. Das angepasste Verständnis zeigt sich in
  - Anwendung in konkreten Situationen: Kommunikation und soziale Interaktion, die auf diesem Begriff beruht.
  - Vernetzung mit anderen Begriffen in der mathematischen Theorie

Fachbegriffe: besitzen eine Definition in der reinen Mathematik.

- Ihre Funktion ist ein möglichst gutes Begriffsverständnis abhängig vom lernenden Individuum und der Lehrintention. → Beachte Emotionen und Übersichtlichkeit.

Zu Lehrintention: Eine didaktische Reduktion bleibt möglich, Maßstab ist nicht der Fachbegriff allein.

- Sie sind in dem Sinn anschaulich, als sie Musteranwendungen (Anker) nutzen, um Mustersituation, Handlungen, graphische Darstellungen und Symbolisches zusammenzuführen sowie vorgestellte Handlungen (Operationen) ermöglichen. (Anker als mentaler Speicher, Roth & Siller 2016)
- Sie sind in dem Sinne fundamental als
  - ein volles Begriffsverständnis ohne sie nicht erreicht werden kann
  - der Anker so unterrichtet wurde, dass die Lernenden den Anker auf viele und relevante neue Situationen übertragen können
  - und man didaktisch nicht auf sie verzichten kann, z.B. um typischen Fehlvorstellungen zu begegnen

n+1. Begriffsbestimmung von Grundvorstellungen

UNIVERSITÄT KOBLENZ · LANDAU

Anwendung & Vernetzung =

- Der Erwerb von GV verändert das individuelle Begriffsfeld in Richtung des Fachbegriffs. Das angepasste Verständnis zeigt sich in
  - Anwendung in konkreten Situationen: Kommunikation und soziale Interaktion, die auf diesem Begriff beruht.
  - Vernetzung mit anderen Begriffen in der mathematischen Theorie

Fachbegriffe: besitzen eine Definition in der reinen Mathematik.

Didaktische Funktion

Adäquanz

- Ihre Funktion ist ein möglichst gutes Begriffsverständnis abhängig vom lernenden Individuum und der Lehrintention. → Beachte Emotionen und Übersichtlichkeit.

Zu Lehrintention: Eine didaktische Reduktion bleibt möglich, Maßstab ist nicht der Fachbegriff allein.

Anschaulich /operativ

- Sie sind in dem Sinn anschaulich, als sie Musteranwendungen (Anker) nutzen, um Mustersituation, Handlungen, graphische Darstellungen und Symbolisches zusammenzuführen sowie vorgestellte Handlungen (Operationen) ermöglichen. (Anker als mentaler Speicher, Roth & Siller 2016)

Fundmental =

Math. relevant
transferabel
Didakt. relevant

- Sie sind in dem Sinne fundamental als
  - ein volles Begriffsverständnis ohne sie nicht erreicht werden kann
  - der Anker so unterrichtet wurde, dass die Lernenden den Anker auf viele und relevante neue Situationen übertragen können
  - und man didaktisch nicht auf sie verzichten kann, z.B. um typischen Fehlvorstellungen zu begegnen

n+1. Begriffsbestimmung von Grundvorstellungen - Bemerkungen

UNIVERSITÄT KOBLENZ · LANDAU

Anwendung & Vernetzung =

Didaktische Funktion

Adäquanz an potentielle Unterrichts-situation

Anschaulich /operativ

- Mit der Konzentration auf Fachbegriffe fallen die GV von Ullmann zur Geometrie und von Bender zur Stochastik heraus. Denn dies sind Teilgebiete und damit eine wissenschaftsorganisatorische und daher soziale Kategorie.
- Das hier verwendete Verständniskonzept orientiert sich an Benders (?) Rezeption von Dörfler und ist durch Operationalisierung durch Output-Orientierung gekennzeichnet (im heutigen Sprachgebrauch).
- Eine GV ist hier in diesem Ansatz immer an eine fiktive oder konkrete didaktische Situation angebunden. Sie hat eine bestimmte didaktische Funktion/ein Ziel. Messen ist keine GV ohne dass man Messen mittels eines Ankers so Lernenden nahebringt, dass diese „Messen" in anderen Kontexten erkennen oder anwenden können.
- Die Anschaulichkeit ist nicht eng geometrisch aufgefasst, sondern durch die Verknüpfung von mehreren Repräsentations- und Handlungsmöglichkeiten. Es müssen nicht alle genannten Ebenen verwendet werden.
- Die Verpflichtung zum Anker ist eine Einschränkung, die der Inflation des Bezeichners >>GV<< entgegenwirken soll. Alternativen sind die Begriffe Grundbegriff und fundamentale Idee.

n+1. Begriffsbestimmung von Grundvorstellungen - Bemerkungen

UNIVERSITÄT KOBLENZ · LANDAU

Fundmental=

- Die Eigenschaft fundamental spaltet sich in mehrere Unterpunkte von auch einzeln bedeutsamer Punkte auf.

Math. relevant

- Wieder im Sinne einer Deflation des Begriffes GV sollte gegeben sein, dass der zugehörige Fachbegriffe in vielen weiteren Zusammenhängen auftritt und weiteres auf diesem Begriff aufbaut.

Transferabel

- Der Anker muss so unterrichtet werden, dass er transferabel ist. Dies gehört m. E. zum Grundvorstellungsbegriff. Es geht nicht nur um Vorstellung des Ankers, sondern um ein Verständnis, was die Transferierbarkeit von Bestandteilen des Ankers und Handlungen an ihm einschließt. Dieser Unterpunkt der Fundamentalität gehört damit auch zum vorherigen Punkt Anschaulichkeit.

Didakt. relevant

- Wenn man die didaktische Situation in den GV-Begriff einbezieht, so gehört auch dazu, dass GV nur (!) an besonders relevanten Punkten im Unterricht eingesetzt werden sollten (vll. etwas provokativ formuliert). Aus Lehrersicht in etwa: „Wenn man an diesem Punkt schludert, fällt es einem später auf die Füße.“ alias „Fehlendes Verständnis an dieser Stelle führt zu Verständnisbrüchen in späteren Phasen des Unterricht.“ Oder noch stärker: GV begegnen immer typischen Fehlvorstellungen oder fehlenden Vorstellungen. (Damit fällt ZV als GV heraus.)

Grundvorstellungen zur Stochastik

siehe auch:
Bender 1997, Malle & Malle 2003

Grundvorstellungen zur Stochastik

UNIVERSITÄT KOBLENZ · LANDAU

- Zufallsversuch ← Vergleichbarkeit, Einmaligkeit
- Zufallsreihe ← Unabhängigkeit
- Wahrscheinlichkeit
  - Empirische/frequentistische Wahrscheinlichkeit
  - Theoretische/Laplace-Wahrscheinlichkeit

arithmetisches Mittel

Das Mittel aus Nullen und Einsen ist gleich dem relativen Anteil der Einsen.

Zusammen-gesetzte GV

Vernetzte GV

relativer Anteil

- Variabilität und Wurzel-n-Gesetz

Sek II

- Prognose- und Konfidenzintervall als komplementäre Sichtweisen

Grundvorstellungen zur Stochastik - Bemerkungen

UNIVERSITÄT KOBLENZ · LANDAU

- Zufallsversuch würde ich vll. doch nicht mehr als GV ansehen (work in progress)
- Zufallsreihe, vielleicht schon, wegen des darin enthaltenen Unabhängigkeitsbegriffes.
- Die GV zum Wahrscheinlichkeitsbegriff wie in Malle und Malle 2003 halte ich für unproblematischer. Die Frage ist eher die Verknüpfung der beiden Haupt-GV (siehe hierzu Rolfes, Riemer) und die Anknüpfung an das subjektive Verständnis (Riemer, in Vorbereitung).
- Zu Variabilität vgl. Rolfes im Basisartikel ml 218, ebenso dort Fahse zum Wurzel-n-Gesetz und zu Prognose- und Konfidenzintervall als komplementäre Sichtweisen.

Grundvorstellungen zur Stochastik - Bemerkungen

UNIVERSITÄT KOBLENZ · LANDAU

- Vielleicht könnten auch
  - Unabhängigkeit,
  - Einmaligkeit
  - Wiederholbarkeit
  - Vergleichbarkeit
  - Variabilität
  - Wechselspiel von Vorhersage des Ergebnisses und Schätzung der Wahrscheindlichkeit

  GV sein. Oder sind dies fundamentale Ideen hinter den GV?
  Work in progress – jede/r darf sich gern beteiligen.

Siehe auch die Bemerkungen auf den folgenden Folien:

Bemerkungen zu den vorherigen Folien

UNIVERSITÄT KOBLENZ · LANDAU

Unstrittig scheint, dass der Wahrscheinlichkeitsbegriff Grundvorstellungen benötigt. Denn er ist relevant, führt leicht zu Fehlvorstellungen und erfordert verschiedene Herangehensweisen bzw. Sichtweisen, erfüllt also die Kriterien der Fundamentalität. Weitere Fachbegriffe, die für GV in Frage kämen, wären

- Unabhängigkeit
- Zufallsversuch
- Versuchsreihe (kurz für Zufallsversuchsreihe)
- Erwartungswert
- Varianz
- Bedingte Wahrscheinlichkeit
- Prognoseintervall und Konfidenzintervall als duale, komplementäre Sichtweisen
- Hypothesentest - Begründete, kulturell akzeptierte Entscheidung unter Unsicherheit
- Simulation

Die letzten sechs werden hier nicht betrachtet.

Bemerkungen zu den vorherigen Folien

UNIVERSITÄT KOBLENZ · LANDAU

Zum Fachbegriff Wahrscheinlichkeit könnte ein Anker für eine zugehörige GV ab der Mittelstufe das folgende Experiment sein:

n-faches Ziehen mit Zurücklegen aus einem schwarzen Beutel (Urne) mit Kugeln dreier Farben, eine davon wird als „Erfolgsfarbe" angesehen. Danach Vergleich der relativen Häufigkeiten mit den Farbanteilen im Beutelinhalt.

Hieran können der frequentistische wie der Laplace-Begriff der Wahrscheinlichkeit samt ihren Vor- und Nachteilen erfahren werden.

Vorteile dieses Ankers: Er ist so reduziert, dass Handlungen auf andere Situationen übertragen werden können ohne viel ablenkendes Beiwerk. Mit der Hausaufgabenwette (siehe Vortrag) könnte dieser Anker emotional verstärkt werden. Er ist anschaulich, wenn auch mehr im handlungs- als im bildlichen Sinn und muss unbedingt selbst durchgeführt werden.

Nachteile: Er gehört zur Würfelbudenstatistik, d.h. stellt keine richtige Anwendung dar (es sei denn, gerahmt durch die Wette). Dass GVV „durchaus auch unrealistisch sein können" bemerkt Bender 1997,10.

Entscheidung gemäß Lehrintention: Subjektiver1 und baysianischer Wahrscheinlichkeitsbegriff bleiben zunächst außen vor.

Bemerkungen zu den vorherigen Folien

UNIVERSITÄT KOBLENZ · LANDAU

Zum Fachbegriff Wahrscheinlichkeit könnte ein Anker für eine zugehörige GV ab der Mittelstufe das folgende Experiment sein:

n-faches Ziehen mit Zurücklegen aus einem schwarzen Beutel (Urne) mit Kugeln dreier Farben, eine davon wird als „Erfolgsfarbe" angesehen. Danach Vergleich der relativen Häufigkeiten mit den Farbanteilen im Beutelinhalt.

Hieran können der frequentistische wie der Laplace-Begriff der Wahrscheinlichkeit samt ihren Vor- und Nachteilen erfahren werden.

Vorteile dieses Ankers: Er ist so reduziert, dass Handlungen auf andere Situationen übertragen werden können ohne viel ablenkendes Beiwerk. Mit der Hausaufgabenwette (siehe Vortrag) könnte dieser Anker emotional verstärkt werden. Er ist anschaulich, wenn auch mehr im handlungs- als im bildlichen Sinn und muss unbedingt selbst durchgeführt werden.

Nachteile: Er gehört zur Würfelbudenstatistik, d.h. stellt keine richtige Anwendung dar (es sei denn, gerahmt durch die Wette). Dass GVV „durchaus auch unrealistisch sein können" bemerkt Bender 1997,10.

Entscheidung gemäß Lehrintention: Subjektiver1 und baysianischer Wahrscheinlichkeitsbegriff bleiben zunächst außen vor.

Bemerkungen zu den vorherigen Folien

UNIVERSITÄT KOBLENZ · LANDAU

Zum Fachbegriff Wahrscheinlichkeit könnte ein Anker für eine zugehörige GV ab der Mittelstufe das folgende Experiment sein:

n-faches Ziehen mit Zurücklegen aus einem schwarzen Beutel (Urne) mit Kugeln dreier Farben, eine davon wird als „Erfolgsfarbe" angesehen. Danach Vergleich der relativen Häufigkeiten mit den Farbanteilen im Beutelinhalt.

Hieran können der frequentistische wie der Laplace-Begriff der Wahrscheinlichkeit samt ihren Vor- und Nachteilen erfahren werden.

Vorteile dieses Ankers: Er ist so reduziert, dass Handlungen auf andere Situationen übertragen werden können ohne viel ablenkendes Beiwerk. Mit der Hausaufgabenwette (siehe Vortrag) könnte dieser Anker emotional verstärkt werden. Er ist anschaulich, wenn auch mehr im handlungs- als im bildlichen Sinn und muss unbedingt selbst durchgeführt werden.

Nachteile: Er gehört zur Würfelbudenstatistik, d.h. stellt keine richtige Anwendung dar (es sei denn, gerahmt durch die Wette). Dass GVV „durchaus auch unrealistisch sein können" bemerkt Bender 1997,10.

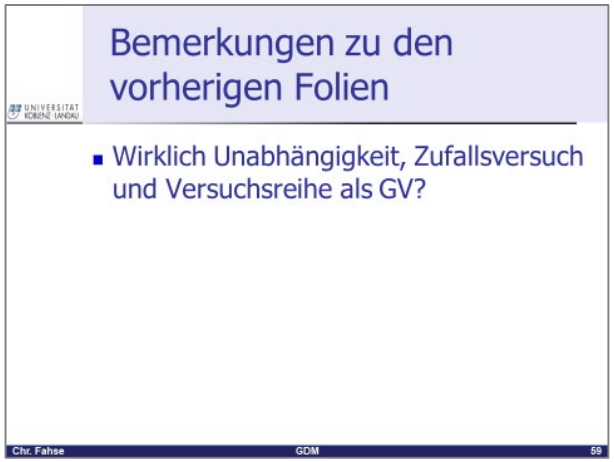
Entscheidung gemäß Lehrintention: Subjektiver1 und baysianischer Wahrscheinlichkeitsbegriff bleiben zunächst außen vor.

Bemerkungen zu den vorherigen Folien

UNIVERSITÄT KOBLENZ · LANDAU

Eine offene Frage bleibt, ob für die folgenden Fachbegriffe Grundvorstellungen benötigt werden. Vorstellungen sicherlich, aber Grundvorstellungen mit dem zugehörigen praktischen und theoretischen Anspruch? Es bleibt ebenfalls offen, ob jeglicher Versuch, eine GV zu diesen Begriffen zu etablieren, an einem der Kriterien von S. 4 scheitert. Möglicherweise ist es eine normative Entscheidung, nur besonders wichtigen Begriffen GV zuzuordnen.

Kursorisch hierzu die Überlegungen ab Folie



GV Zufallsversuch (ZV) Aspekte

UNIVERSITÄT KOBLENZ · LANDAU

Vorhersage

- Es könnte jedes Ergebnis herauskommen, aber eher Ergebnis x. - Variabilität

Gegenwart

- Der *eine* Versuchsausgang zählt. - Einmaligkeit

Rückblick

- Auch wenn der Ausgang nicht-x ist, spricht dies nicht dagegen, dass eher x gekommen wäre. - Variabilität

Allgemein genau – Konkret zufällig

- Ein Zufallsversuch ist dadurch bestimmt, dass das allgemeine Verfahren *genau festgelegt* ist, aber der konkrete Ausgang dennoch *zufällig/nicht sicher vorhersagbar* ist (außer beim unmöglichen oder sicheren ZV).
  - Vergleichbarkeit (von Durchführung und festgelegtem Verfahren)

Unterscheide: ZV und seine Realisierung.

Anspruchsvoll: Die Konjunktive und der scheinbare Widerspruch „genau festgelegt, aber dennoch zufällig".

GV Zufallsversuch (ZV) Anker

UNIVERSITÄT KOBLENZ · LANDAU

- Hausaufgabenwette

Schwarze Urne mit roten und blauen Kugeln. Geheim: 60% rot

Ihr entscheidet, auf was Ihr wettet: blau oder rot.

Gewinn: keine HA, Verloren: Doppelte HA

Gut mischen. Die eine Ziehung zählt!

Eine Schulstunde Zeit für gemeinsame Entscheidung.

Pech: Der Klassensprecher

Jan setzt auf rot und zieht blau.

Vorhersage

Vergleichbarkeit

Einmaligkeit

Vernetzung mit GV Zufallsreihe

Rückblick: War unsere Entscheidung falsch?

Durch Entscheidung blau oder rot ist der Wahrscheinlichkeitsbegriff noch nicht nötig.

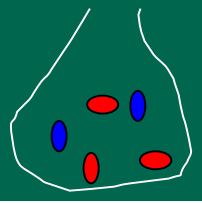
GV Zufallsversuch Tafelbild

UNIVERSITÄT KOBLENZ · LANDAU

Zufallsversuch (ZV)

- Ein ZV ist genau festgelegt und hat dennoch ein zufälliges Ergebnis in der Realisierung.
- Ein ZV muss so genau beschrieben werden, dass es egal ist, wer wann mit welchem der gleich hergestellten Zufallsgeräte ihn ausführt.

  Egal heißt: Man kann keinen Unterschied für das Zufallsergebnis vorhersagen.



gut mischen!

nicht hineinsehen!

Wirklich Grundvorstellung oder nur Grundbegriff?

UNIVERSITÄT KOBLENZ · LANDAU

- Fähigkeit zu Anwendung & Vernetzung des ZV-Begriffes optimiert?

  Nur empirisch zu klären

- Adäquanz?

  Wette motivierend, einfach, didaktisch reduziert: Nur dichotom

- Anschaulich/operativ?

  Nicht visuell, sondern Versuch in Lerngruppe

- Fundmental=
- Math. Relevant? Ja. X, X(w)
- Anschlussfähig? Ja, Versuchsreihe
- Didakt. Relevant? Fehlvorstellung: In 9 von 10 Fällen gelingt die Operation – dann muss sie gelingen.

Wirklich Grundvorstellung oder nur Grundbegriff?

- Lohnt es, bei diesem Begriff den Transfer des Ankers zu üben? Meine Intuition & Erfahrung als Lehrkraft (n=1): nein.
- Zu viele Inhalte besonders intensiv als Grundvorstellung zu unterrichten stört die Dramaturgie (Peterßen) und die Effektivität des Unterrichts.
- Wie müsste man die Definition von GV ergänzen, um solch ein Bsp. auszuschließen? Im Fundamentalen fehlt etwas.
- Oder doch nur zusammengesetzte GV betrachten?



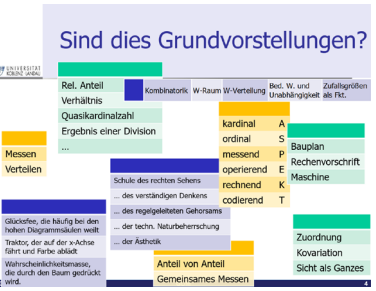
Nach vorgeschlagenen GV-Definitionen fällt alles blaue heraus.

Wirklich Grundvorstellung oder nur Grundbegriff?

UNIVERSITÄT KOBLENZ · LANDAU

- Lohnt es, bei diesem Begriff den Transfer des Ankers zu üben?
- Zu viele Inhalte besonders int
  Grundvorstellung zu unt Dramaturgie (Peterßen) und di nterrichts.
- Wie müsst von GV ergänzen, um solch ein Bs ließen?
- Oder doch nu Zusammengesetzte GV betrachten?

Danke für die Aufmerksamkeit!



Nach vorgeschlagenen GV-Def fällt alles blaue heraus.

Folien: fahse@uni-landau.de

GV Versuchsreihe (VR) Aspekte

UNIVERSITÄT KOBLENZ · LANDAU

- Jeder Versuch muss vergleichbar durchgeführt werden.
  - Vergleichbarkeit (der einzelnen ZV)
- Insbesondere: Kein Trainingseffekt! Kein Abnutzen.
  - Unabhängigkeit

  Eigentlich über W. definiert und damit zirkulär.
- Erstaunlich: Die große Streuung der absoluten Erfolgshäufigkeit bei nicht zu großer Versuchsanzahl n.
  - Variabilität
- Je größer n, desto genauer die Vorhersage für den ZV.
  - Empirisches Gesetz der großen Zahlen EGgZ
- Didaktische Reduktion: die ZV könnte sogar verschieden sein, falls gleiche Erfolgswahrscheinlichkeit. Sie sind sogar tatsächlich verschieden, aber vergleichbar.

GV Versuchsreihe (ZR) Anker

UNIVERSITÄT KOBLENZ · LANDAU

Information verändert Wahrscheinlichkeit

Eine Schulstunde Zeit für gemeinsame Entscheidung.

Wiederholen des Zufallsversuches für genauere Informationen.

Je häufiger man wiederholt, desto sicherer wird man in der Entscheidung.

Empirisches Gesetz der großen Zahlen

Variabilität

Komisch: Einige ziehen eher rot, andere eher blau?

- Haben sie nicht „richtig" gezogen? (immer in dieselbe Ecke der Urne greifen, nicht mischen)
- Addition aller Ergebnisse: rot wird zu 62% gezogen.

Vergleichbarkeit

Mögliche Vernetzung mit GV Wahrscheinlichkeit

GV Versuchsreihe Tafelbild

UNIVERSITÄT KOBLENZ · LANDAU

Versuchsreihe (VR) der Länge n

- Ein VR wiederholt einen ZV n-mal.
- Dabei darf sich der ZV nicht ändern z. B. durch Training oder weil die Kugeln in der Urne wechseln.
- Je größer n ist, desto sicherer kann man vermuten, welches Ergebnis am wahrscheinlichsten ist.

n=10	Jule,Eva	5b 5r	Die absoluten Häufig-
	Kai,Ina	2b 8r	keiten 5,2,6 für blau
	Uwe,Ines	6b 4r	schwanken!
n=30		13b 17r	Rot ist wohl wahrscheinlicher.

Bemerkungen zu den vorherigen Folien

UNIVERSITÄT KOBLENZ · LANDAU

- Wirklich Unabhängigkeit, Zufallsversuch und Versuchsreihe als GV?

Unabhängigkeit ist ohne Zweifel ein fachlich fundamentaler Begriff. Er ist gleichzeitig notwendige Voraussetzung für den Wahrscheinlichkeitsbegriff, wie er auf diesem aufbaut. Dieser Zirkel wird streng genommen erst durch eine axiomatische Sichtweise aufgelöst, die ihre Modelle ebenso bei Wahrscheinlichkeiten wie bei Flächenmaßen findet und damit auf den Wirklichkeitsbezug verzichtet. Aufgrund dieser Schwierigkeit und weil »unabhängig« mit Wendungen wie „hat nichts miteinander zu tun", „Der Versuch ‚weiß' nichts von dem anderen Versuch", „Wenn jemand zwischendrin hereinkommt, sieht er den zweiten Versuch wie einen ersten Versuch" sowie durch Experimente und Simulationen im Unterricht beschreibbar ist, schlage ich vor, den Begriff Unabhängigkeit nicht zu zerreden. Ob dies korrekt ist, würde man an Fehlvorstellungen der Lernenden erkennen können. Aber m. E. betrifft die Fehlervorstellung gar nicht den Begriff Unabhängigkeit, sondern der Tatsache, ob bestimmte Versuche unabhängig sind - die Markov-Eigenschaft ist offensichtlich kontraintuitiv.

Bemerkungen zu den vorherigen Folien

UNIVERSITÄT KOBLENZ · LANDAU

Deshalb könnte es sinnvoll sein, den Begriff **Versuchsreihe** mit einer Grundvorstellung „aufzuladen", der wiederum auf **Zufallsversuch** aufbaut. Dazu, dass man bereits den Begriff Zufallsversuch didaktisch in seinem Anspruch für Lernende nicht unterschätzen darf und welche Bestandteile eine GV von ihm besitzen könnte, siehe den Kurzvortrag.

Hier möchte ich dennoch alternativ zu den Ausführungen im Vortrag den Vorschlag machen, Zufallsversuch und Versuchsreihe als Bestandteil der Ankers zum Wahrscheinlichkeitsbegriff aufzufassen und nicht ihrerseits mit GV zu belegen, sondern sie als vergleichsweise unproblematische Teilvorstellungen, mithin als Grundkenntnisse und die Fähigkeit, eine Versuchsreihe zu planen und durchzuführen als Grundfertigkeit anzusehen. Diese beiden Begriffe finden sich in Siller & Roth (2016, 7f und Abb. 1. auf S. 3, Verweis auf Bruder 2001), hier kurz nach Folien von J. Roth zusammengefasst:

Grundwissen

- Für einen Inhaltsbereich grundlegende Fakten (Begriffsdefinitionen, Formeln, Sätze, …)
- Sollten auswendig gewusst werden

Grundfertigkeiten

- Anwendung von Routinekalkülen
- Anwendung des Grundwissens in einer typischen Situation (geforderte Operation vorgeben)

Bemerkungen zu den vorherigen Folien

UNIVERSITÄT KOBLENZ · LANDAU

Zum Anker gehört m. E. auch, Varianten durchzuspielen: Was wäre, wenn im Anker jeweils der Erfolg eine essbare Kugel wäre, die aus naheliegenden Gründen nicht zurückgelegt wird? Die Unabhängigkeit der Versuche wäre nicht mehr gegeben, genauso wie beim zwanzigfachen Korbwurfes sich ein Trainingseffekt einstellen und die Unabhängigkeit zerstören könnte (Beispiel für einen Transfer des Ankers in einer gerade den Grundvorstellungen widersprechenden Situation - dieser Aspekt von Transferabilität wurde oben betont). Was wäre, wenn man zufällig immer andere Urnen verwenden würde? Es würde sich um verschiedene Zufallsversuche handeln, in der Versuchsreihe wäre die Erfolgswahrscheinlichkeit nicht mehr konstant. Ebenso, wenn Lernende in die Urne spitzeln würden. Auf diese Weise kann der Anker die iid-Bedingung1 für die Zufallsvariablen (Einzelversuche Xi), mithin die GV für eine Versuchsreihe ((Xi)iɛI) veranschaulichen. Dies kann man vielleicht als eine Teilvorstellung der Grundvorstellung „frequentistischer Wahrscheinlichkeit" zum allgemeinen Wahrscheinlichkeitsbegriff auffassen. Als Grundkenntnis wird gesichert, dass eine Reihe von n unabhängigen, aber ansonsten gleichen Versuchen eine Versuchsreihe der Länge n darstellt. Als Grundkompetenz wird geübt, dass auf die immer gleiche Durchführung der Versuche zu achten ist und z. B. Trainingseffekte zu vermeiden sind. Teil der Kompetenz ist auch, „Gleichheit der Versuche" nicht zu eng zu fassen, sondern nur auf die Wahrscheinlichkeit zu beziehen: Beim Würfeln darf man die würfelnde Person austauschen und bei industrieller Fertigung auch den Würfel. Diese Verzahnung der Vorstellungen spricht auch dafür, die Vorstellungen zu Versuchsreihe in die Grundvorstellung zum frequentistischen Wahrscheinlichkeitsbegriff einzubinden und nicht als isolierte Grund-Vorstellung zu betrachten.

Literatur

UNIVERSITÄT KOBLENZ · LANDAU

Bender, P. (1990) Ausbildung von Grundvorstellungen und Grundverständnissen – ein tragendes didaktisches Konzept für den Mathematikunterricht – erläutert an Beispielen aus den Sekundarstufen, insbesondere der SII. In: Beiträge zum Mathematikunterricht 1990. Bad Salzdetfurth: Franzbecker, 73-76.

Bender, P. (1991) Ausbildung von Grundvorstellungen und Grundverständnissen. In: H. Postel, W. Blum & A. Kirsch (Hrsg.): Mathematik lehren und lernen: Festschrift für Heinz Griesel (S. 48-60). Hannover: Schroedel.

Bender, P. (1997). Grundvorstellungen und Grundverständnisse für den Stochastikunterricht. Stochastik in der Schule, 17(1), S. 8-33.

Blum, W., vom Hofe, R., Jordan, A., Kleine, M. (2004). Grundvorstellungen als aufgabenanalytisches und diagnostisches Instrument bei PISA. In M. Neubrand (Hrsg.), Mathematische Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern in Deutschland (S. 145–157). Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.

Fahse, C. (2023). Materialien zum Grundvorstellungsbegriff: Sichtung ausgewählter Literatur und ein weiterer Vorschlag zur Begriffsklärung - Addendum 1 zu Fahse, C. (2022): Grundvorstellungen zur Stochastik. http://dms.uni-landau.de/m/fahse

Literatur

Fischbein, E. (1987). Intuition in science and mathematics: an educational approach. Dordrecht: Reidel.

Greefrath, G., Oldenburg, R., Siller, H.-St., Ulm, V., & Weigand, H.-G. (2016). Didaktik der Analysis - Aspekte und Grundvorstellungen zentraler Begriffe. Heidelberg: Springer Spektrum

Griesel, H., vom Hofe, R., & Blum, W. (2019). Das Konzept der Grundvorstellungen im Rahmen der mathematischen und kognitionspsychologischen Begrifflichkeit in der Mathematikdidaktik. Journal für Mathematik-Didaktik, 40(1), 123–133.

Kleine, M., Jordan, A., & Harvey, E. (2005). With a focus on 'Grundvorstellungen'. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 37(3), 226-239.

Malle, G., & Malle, S. (2003). Was soll man sich unter einer Wahrscheinlichkeit vorstellen? mathematik lehren, 118, 52–56.

Padberg, F. (1989). Didaktik der Bruchrechnung. 1. Auflage. Mannheim.

Prediger, S. (2008) The relevance of didactic categories for analyzing obstacles in conceptual change. Revisiting the case of multiplication of fractions. Learning and Instruction, 18(1), 3-17.

Literatur

Prediger, S. (2009). Inhaltliches Denken vor Kalkül – Ein didaktisches Prinzip zur Vorbeugung und Förderung bei Rechenschwierigkeiten. In: Fritz, Annemarie & Schmidt, Siegbert (Hrsg.): Fördernder Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I, Beltz Verlag, Weinheim 2009, S. 213-234.

Prediger, S. (2015) Theorien und Theoriebildung in didaktischer Forschung und Entwicklung. In: R. Bruder, L. Hefendehl-Hebeker, B. Schmidt-Thieme & H.-G. Weigand (Hrsg.): Handbuch der Mathematikdidaktik (S. 643-662). Berlin: Springer.

Rembowski, V. (2016). Eine semiotische und philosophisch-psychologische Perspektive auf Begriffsbildung im Geometrieunterricht. Begriffsfeld, Begriffsbild und Begriffskonvention und ihre Implikationen auf Grundvorstellungen. Dissertation. Saarbrücken.

Rolfes, T., & Fahse, C. (2019). Zufallsphänomene erfassen: Wahrscheinlichkeit, Erwartungswert und Variabilität. Mathematik lehren. (213), 2–7.

Roth, J. & Siller, H.-S. (2016). Bestand und Änderung – Grundvorstellungen entwickeln und nutzen. mathematik lehren, 199, S. 2-9. (ohne Nennung „Anker")

Roth, J. & vom Hofe, R. (erscheint 2023). (Hrsg.) mathematik lehren, 236, (mit Nennung „Anker")

Salle, A. & Clüver, T. (2021). Herleitung von Grundvorstellungen als normative Leitlinien – Beschreibung eines theoriebasierten Verfahrensrahmens. Journal für Mathematik-Didaktik, (42)2, 553-580.

Sträßer, R. (2015) Grundbegriffe, Grundvorstellungen und Nutzungen der Geometrie. In: M. Ludwig, A. Filler & A. Lambert (Hrsg.): Geometrie zwischen Grundbegriffen und Grundvorstellungen. Jubiläumsband des Arbeitskreises Geometrie in der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (S. 1-11). Wiesbaden: Springer.

Literatur

UNIVERSITÄT KOBLENZ · LANDAU

Ullmann, P. (2015) Grundvorstellungen zur Schulgeometrie. „Situated Cognition" in der Geometriedidaktik. In: M. Ludwig, A. Filler & A. Lambert (Hrsg.): Geometrie zwischen Grundbegriffen und Grundvorstellungen. Jubiläumsband des Arbeitskreises Geometrie in der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (S. 13-28). Wiesbaden: Springer.

Vohns, A. (2005) Fundamentale Ideen und Grundvorstellungen: Versuch einer konstruktiven Zusammenführung am Beispiel der Addition von Brüchen. Journal für Mathematikdidaktik, 26, 52-79.

Vollstedt, M. (2012). Zur theoretischen Konzeption und zu den Möglichkeiten der unterrichtspraktischen Umsetzung der Sinnkonstruktion. In: W. Blum, R. Borromeo Ferri, K. Maaß (Hrsg.), Mathematikunterricht im Kontext von Realität, Kultur und Lehrerprofessionalität. Festschrift für Gabriele Kaiser (S. 148–156).Wiesbaden: Springer Spektrum.

von der Bank, M.-C. (2016). Fundamentale Ideen der Mathematik - Weiterentwicklung einer Theorie zu deren unterrichtspraktischer Nutzung. Dissertation. Saarbrücken.

vom Hofe, R. (1995). Grundvorstellungen mathematischer Inhalte. Heidelberg: Spektrum.

vom Hofe, R. (2003). Grundbildung durch Grundvorstellungen. mathematik lehren, 118, 4-8.

Literatur

UNIVERSITÄT KOBLENZ · LANDAU

Leider nicht für diesen Vortrag gesichtet: Peter Kauder: Der Gedanke der Bildung in Platons Höhlengleichnis. Eine kommentierende Studie aus pädagogischer Sicht. Baltmannsweiler: Schneider Verlag Hohengehren 2001 (116 S.)

Nicht verwendet, nicht immer gesichtet:

Dörfler, W. (1984) Qualität mathematischer Begriffe und Visualisierung. In: H. Kautschitsch & W. Metzler (Hrsg.): Anschauung als Anregung zum mathematischen Tun. Schriftenreihe Didaktik der Mathematik. Universität für Bildungswissenschaften in Klagenfurt. Band 9. (S. 44-64). Wien: Hölder-Pichler-Temsky.

Dörfler, W. (1988a) Begriff als Tätigkeitsstruktur – Zur Unterscheidung vom empirischem und theoretischem Begriff. In: P. Bender (Hrsg.): Mathematikdidaktik: Theorie und Praxis. Festschrift für Heinrich Winter (S. 29-36). Berlin: Cornelsen. 280

Dörfler, W. (1988b) Die Genese mathematischer Objekte und Operationen aus Handlungen als kognitive Konstruktion. In: W. Dörfler (Hrsg.): Kognitive Aspekte mathematischer Begriffsentwicklung. Schriftenreihe Didaktik der Mathematik. Universität für Bildungswissenschaften in Klagenfurt. Band 16. (S. 55-125). Wien: Hölder-Pichler-Temsky.

Etzold, H. (2021). Neue Zugänge zum Winkelbegriff. Fachdidaktische Entwicklungsforschung zur Ausbildung des Winkelfeldbegriffs bei Schülerinnen und Schülern der vierten Klassenstufe [Dissertation, Universität Potsdam]. https://doi.org/10.25932/publishup-50418

Freudenthal, H. (1983). Didactical phenomenology of mathematical structures. Dordrecht: Reidel.

Griesel, H. (2016). Die Vergleichstheorie des Messens und ihre Anwendung in der mathematikdidaktischen Grundlagenforschung. Journal für Mathematik-Didaktik, 37(1), 5–30.

Griesel, H., vom Hofe, R., & Blum, W. (2019). Das Konzept der Grundvorstellungen im Rahmen der mathematischen und kognitionspsychologischen Begrifflichkeit in der Mathematikdidaktik. Journal für Mathematik-Didaktik, 40(1), 123–133.

Hußmann, S., & Prediger, S. (2016). Specifying and Structuring Mathematical Topics: A Four-Level Approach for Combining Formal, Semantic, Concrete, and

Kant, I. (2004 – Erstausg. 1781) Kritik der reinen Vernunft. In: G. Mohr (Hrsg.): Theoretische Philosophie. Text und Kommentar. Band 1. Kritik der reinen Vernunft. Frankfurt a. M.: Suhrkamp.

Kleine, M. (2007) Analyse von Grundvorstellungen – Möglichkeiten und Grenzen –. In: Beiträge zum Mathematikunterricht 2007. Vorträge auf der 41. Tagung für Didaktik der Mathematik vom 26.3. bis 30.3.2007 in Berlin (S. 183-186). Hildesheim: Franzbecker.

Kleine, M., Jordan, A., & Harvey, E. (2005). With a focus on 'Grundvorstellungen' part 1: a theoretical integration into current concepts. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 37(3), 226–233.

Malle, G. & Malle, S. (2003) Was soll man sich unter einer Wahrscheinlichkeit vorstellen? mathematik lehren, 118, 52-56.

Padberg, F. (1989) Didaktik der Bruchrechnung. Gemeine Brüche – Dezimalbrüche. Lehrbücher und Monographien zur Didaktik der Mathematik. Band 11. Mannheim: B.I. Wissenschaftsverlag.

Padberg, F. (1996) Didaktik der Arithmetik. Heidelberg: Spektrum. 287

Rembowski, V. (2012b) The Concept of Concept in Mathematics Education. ICME-12: Preconference Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education, TSG 37: Theoretical Issues in Mathematics Education, Seoul, Korea, 7112-7121.

Tall, D. (2003) Concept Image and Concept Definition. http://homepages.warwick.ac.uk/ staff/David.Tall/themes/concept-image. (abgerufen: 10.06.2013)

Tall, D. & Vinner, S. (1981) Concept Image and Concept Definition in Mathematics with particular reference to Limits and Continuity. Educational Studies in Mathematics, 12, 151-169.

Vollrath, H.-J. (1984) Methodik des Begriffslehrens im Mathematikunterricht. Stuttgart: Klett.

vom Hofe, R. (1995). Grundvorstellungen mathematischer Inhalte. Heidelberg: Spektrum.

vom Hofe, R. (Hrsg.). (2003b). Grundvorstellungen entwickeln. mathematik lehren, Bd. 118.

vom Hofe, R., & Blum,W. (2016). "Grundvorstellungen" as a category of subject-matter didactics. Journal für Mathematik-Didaktik, 37(S1), 225–254.

Wartha, S., & Schulz, A. (2011). Aufbau von Grundvorstellungen (nicht nur) bei besonderen Schwierigkeiten im Rechnen. IPN Kiel. http://www.sinus-an-grundschulen.de/fileadmin/uploads/Material_aus_SGS/Handreichung_WarthaSchulz.pdf

Wittmann, E. (1981) Grundfragen des Mathematikunterrichts. Braunschweig: Vieweg. 294

Aus: Eisler, R. (1930). Kant-Lexikon - Nachschlagewerk zu Immanuel Kant.

- Vorstellung. Die Arten der Vorstellung sind folgende. Die Gattung ist "Vorstellung" überhaupt (repraesentatio). Unter ihr steht die "Vorstellung mit Bewußtsein" (perceptio). Eine subjektive Perzeption ist "Empfindung" (s. d.), eine objektive Perzeption "Erkenntnis". Diese ist "Anschauung" oder "Begriff" (s. d.). Letzterer ist "empirischer" oder "reiner" Begriff: dieser ist, sofern er lediglich im Verstande seinen Ursprung hat, eine "Notio". Ein Begriff aus Notionen, der die Möglichkeit der Erfahrung übersteigt, ist die "Idee" (s. d.), der "Vernunftbegriff", KrV tr. Dial. 1. B. 1. Abs. (I 333—Rc 401). "Alle Art Vorstellungen": Anschauen, Empfinden und Denken, Fortschr. d. Metaph. 2. Abt. Auflös. der Aufgabe III (V 3, 141). Durch den Verstand (s. d.) werden die Vorstellungen zur Einheit verknüpft. Die Gegenstände der Erfahrung, die Erscheinungen, sind (als solche) nicht außerhalb des gesetzmäßig bestimmten Zusammenhanges möglicher Vorstellungen (vgl. Unendlich, Teil). Begriff (s. d.) ist "eine reflektierte Vorstellung", N 2834. Denken (s. d.) ist "repraesentare per coneeptus", N 2841. Vgl. Wahrnehmung, Erscheinung, Objekt, Unbewußt, Anschauung, Einbildungskraft, Empfindung, Form.
- Unter Erkenntnis:

Aus dem Mannigfaltigen der Anschauung macht erst der Verstand durch die Synthesis (s. d.) desselben Erkenntnis. Die Synthesis — die an sich zunächst von der "Einbildungskraft" (s. d.) ausgeht — "sammelt" die Elemente zu Erkenntnissen, die aber erst eigentlich dadurch Zustandekommen, daß der Verstand diese Synthesis "auf Begriffe" bringt.

Erkenntnis. Erkenntnis ist bestimmte Beziehung von Vorstellungsdaten auf Objekte, Herstellung einheitlicher Zusammenhänge solcher Daten, nicht passive Abspiegelung von fertig gegebenen Realitäten. Die Erkenntnis ist denkende Verarbeitung des Anschauungsmaterials nach apriorischen Prinzipien, Anwendung dieser Prinzipien auf das sinnlich Gegebene, Unterordnung desselben unter die Formen des erkennenden Bewußtseins, Eingliederung des so Geformten in einen einheitlichen, systematischen Zusammenhang. Die Erkenntnis enthält apriorische Faktoren, ist ein Werk des Intellekts, aber bleibt immer nur auf mögliche Erfahrung (s. d.) bezogen, vollzieht sich nur — soweit sie nicht rein formal ist — im Prozeß der Erzeugung der Erfahrung und des Fortschritts zu immer neuen Erfahrungen.