Aufgaben für die Klassenstufen 9/10

ohne Lösungen

Gruppenwettbewerb	Aufgaben MG1, MG2, MG3, MG4
Speedwettbewerb	Aufgaben MS1, MS2, MS3, MS4, MS5, MS6, MS7, MS8

Aufgabe MG1:

Knut hat Schokoladenpralinen und Marzipanpralinen gemacht. Von beiden Sorten gibt es sowohl kleine als auch große Pralinen. Dabei gilt:

- $\frac{1}{5}$ der Schokoladenpralinen sind groß.
- $\frac{1}{4}$ der großen Pralinen sind Schokoladenpralinen.
- $\frac{1}{3}$ der Marzipanpralinen sind groß.

(a) Welcher Anteil der kleinen Pralinen sind Schokoladenpralinen?

(b) Die Anzahl aller Pralinen ist durch 24 teilbar. Wieviele Pralinen hat Kurt mindestens gemacht?

(c) Wir gehen nun von der Mindestzahl von Pralinen aus Aufgabenteil (b) aus.

Wieviele Pralinen (und von welcher Art) muss Kurt nun mindestens noch zusätzlich machen, wenn er danach insgesamt

- genausoviele Schokoladenpralinen wie Marzipanpralinen
- und genausoviele große wie kleine Pralinen

haben möchte?

Aufgabe MG2:

Vier (verschiedene) Punkte A, B, C, D liegen auf einer Geraden, wobei $|\overline{AB}| = |\overline{BC}| = |\overline{CD}|$ gilt.

Es werden nun die Punkte E und F auf derselben Seite der Geraden so gewählt, dass $\triangle ABE$ und $\triangle CDF$ gleichseitig sind. Weiter sei S der Schnittpunkt der Strecken $\overline{BF}$ und $\overline{CE}$.

(a) Berechne den Schnittwinkel der Strecken $\overline{BF}$ und $\overline{CE}$.

(b) Bestimme das Verhältnis $|\overline{ES}| : |\overline{CS}|$ der Längen der Strecken $\overline{ES}$ und $\overline{CS}$.

(c) Der Flächeninhalt der Dreiecke $\triangle ABE$ und $\triangle CDF$ sei 1.

Bestimme den Flächeninhalt der Dreiecke:

$$\triangle BSC \quad , \quad \triangle BSE \quad , \quad \triangle CSF \quad , \quad \triangle ESF$$

Aufgabe MG3:
Ein Stausee hat einen Zufluss, durch den immer konstant Wasser hinzukommt. Zudem gibt es zwei Tore A und B, die man öffnen kann, um Wasser abzulassen.

Um den Wasserpegel von $5,00$ Meter auf $4,90$ Meter abzusenken, dauert es:

- 30 Minuten, wenn nur Tor A geöffnet ist
- 50 Minuten, wenn nur Tor B geöffnet ist
- 15 Minuten, wenn beide Tore geöffnet sind

Wir nehmen bei der gesamten Aufgabe an, dass die Abflussgeschwindigkeiten durch die beiden Tore jeweils konstant sind.

(a) Wie lange dauert es, bis der Wasserpegel wieder von $4,90$ Meter auf $5,00$ Meter steigt, wenn beide Tore geschlossen sind.

(b) Durch anhaltenden Regen ensteht eine neue Situation: Der Zufluss ist nun 3-mal so stark wie normal. Wie lange dauert es jetzt, den Wasserpegel von $5,00$ Meter auf $4,90$ Meter abzusenken, wenn beide Tore geöffnet sind.

(c) Verallgemeinere (b) wie folgt: Der Zufluss sei k-mal so stark wie normal (mit $k \in \mathbb{R}_0^+$).

Für welche Werte von k ist es überhaupt noch möglich, durch das Öffnen beider Tore den Wasserpegel abzusenken?

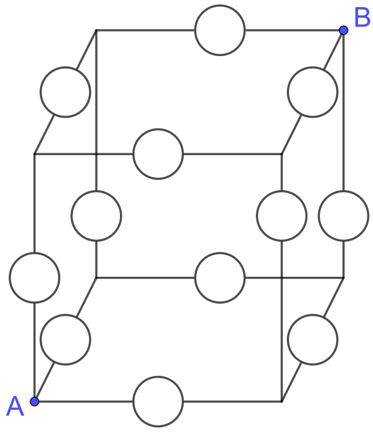
(d) In einer Extremwetterlage ist der Faktor k so hoch, dass der Pegelstand trotz geöffneter Tore in 25 Minuten von $4,90$ auf $5,00$ Meter steigt. Bestimme k.

Aufgabe MG4:

Bei einem Würfel gibt es 6 Wege vom Punkt A zum Punkt B, die jeweils über 3 Kanten des Würfels verlaufen. Ordnen Sie jeweils die angegebenen Zahlen so den 12 Kanten (jeweils eine Zahl pro Kante) zu, dass die Summe der den 3 Kanten eines Wegs zugeordneten Zahlen für jeden der 6 Wege diesselbe ist.

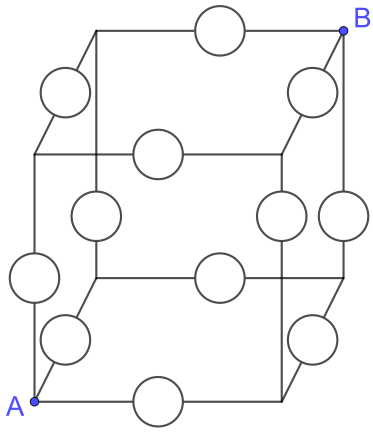
Anmerkung: Bei jedem Aufgabenteil kann der Wert der Summe ein anderer sein. Es gibt für jeden Aufgabenteil mehrere Lösungen. (Eine Lösung genügt jeweils.)

(a)



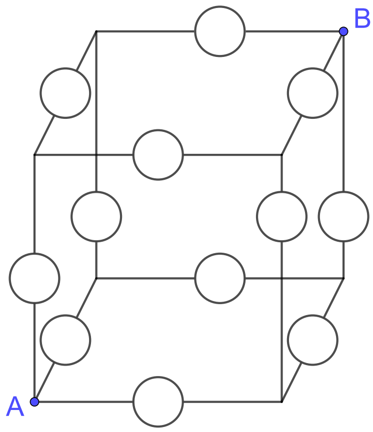
zuzuordnende Zahlen:
1,1,1,2,2,2,2,2,2,3,3,3

(b)



zuzuordnende Zahlen:
1,1,1,1,2,2,2,2,3,3,3,3

(c)



zuzuordnende Zahlen:
1,1,2,2,3,3,4,4,5,5,6,6

Aufgabe MS1:

Die Strecke, die der Hund in 12 Sekunden läuft, schafft die Katze in 16 Sekunden.

Die Strecke, die der Katze in 12 Sekunden läuft, schafft die Maus in 20 Sekunden.

Wie lange braucht der Hund für die Strecke, die die Maus in 12 Sekunden läuft ?

Aufgabe MS2:

Tina bekam in den Monaten Januar-Oktober ein festes monatliches Taschengeld, von dem sie in jedem Monat genau 40% gespart hat.

Ab November wird Tinas Taschengeld erhöht.

Sie überlegt nun: Wenn ich in den Monaten November und Dezember 90% meines Taschengelds spare, habe ich am Ende des Jahres die Hälfte meines gesamten Taschengelds dieses Jahres gespart.

Um wieviel Prozent wurde Tinas Taschengeld ab November erhöht?

Aufgabe MS3:

Hier siehst du eine Tabelle des kleines Einmaleins:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	17	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Was ist die Summe aller Zahlen in dieser Tabelle?

Aufgabe MS4:
Bestimme die vierstellige Zahl $n = abba$ mit den Ziffern $a, b \in \{0, 1, \ldots, 9\}$ (mit $a \neq 0$), die durch 36 aber nicht durch 72 teilbar ist.

Aufgabe MS5:
In einer Raute (Viereck mit 4 gleich langen Seiten) schneidet eine Höhe (=Senkrechte zu zwei gegenüberliegenden Seiten) eine Diagonale in einem Winkel von 35°.

(a) Bestimme die Innenwinkel der Raute.

(b) Bestimme den Schnittwinkel der beiden Höhen der Raute.

Aufgabe MS6:

(a) Knut macht ein Puzzle mit $10 \times 20 = 200$ Teilen (d.h. es gibt 10 Reihen mit je 20 Teilen).

Er baut die Teile nacheinander in das Puzzle ein und schreibt für jedes der 200 Teile auf, mit wievielen anderen (bereits eingebauten) Teilen er es verbindet.

Das erste Teil wird mitgezählt, dieses wird mit 0 bereits eingebauten Teilen verbunden. Die weiteren Teile werden mit 1 bis 4 bereits eingebauten Teilen verbunden.

Was ist der Durchschnitt aus den 200 Zahlen, die Knut hierbei erhält ?

(Gib das Ergebnis als vollständig gekürzten Bruch oder als Kommazahl an.)

(b) Verallgemeinere Teil (a) auf ein $m \times n$-Puzzle (mit $n, m \in \mathbb{N}$ beliebig).

Mit wievielen bereits eingebauten Teilen wird ein neues Teil im Durchschnitt (in Abhängigkeit von m und n) verbunden?

Aufgabe MS7:
Zwei Höhen in einem Dreieck haben die Längen 3 und 7.

Welche Werte sind als Länge der dritten Höhe möglich?
Gib einen Bereich (Untergrenze, Obergrenze) für die möglichen Längen der dritten Höhe an.

Aufgabe MS8:
Gegeben ist eine natürliche Zahl n mit mindestens 3 Stellen (im Dezimalsystem). Sei m die Zahl, die entsteht, wenn man aus n die letzten beiden Ziffern wegstreicht.

(a) Bestimme die größtmögliche Zahl n, für die $\frac{n}{m} = 107$ gilt.

(b) Was ist der kleinstmögliche Wert für $\frac{n}{m}$? Gib eine Zahl $n \in \mathbb{N}$ an, für die $\frac{n}{m}$ minimal wird.

(c) Was ist der größtmögliche Wert für $\frac{n}{m}$? Gib eine Zahl $n \in \mathbb{N}$ an, für die $\frac{n}{m}$ maximal wird.